

Angulo entre direções

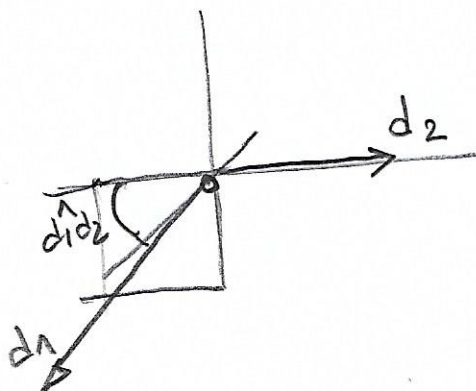


Angulo menor que $\pi/2$ que formam as direções $\vec{d}_1$ e $\vec{d}_2$

$$\hat{d}_1 \hat{d}_2 = \arccos \frac{|\langle d_1, d_2 \rangle|}{\|d_1\| \|d_2\|}$$

Notar que angulo entre vetores $\vec{d}_1$ e $\vec{d}_2$
 $\hat{d}_1 \hat{d}_2 = \arccos \frac{-\sqrt{2}/2}{\|1\| \|1\|} = \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{3\pi}{4}$!

Exemplo $d_1 = (0, -\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$ $d_2 = (0, 1, 0)$



$$\hat{d}_1 \hat{d}_2 = \arccos \frac{|-\frac{\sqrt{2}}{2}|}{\|1\| \|1\|} = \arccos \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \hat{d}_1 \hat{d}_2 = \frac{\pi}{4} \quad (45^\circ)$$

Angulo entre retas $\Rightarrow$ é o angulo entre as direções de seus vetores diretores

Angulo entre reta e plano:

$\frac{\pi}{2}$ - angulo entre a direção normal e a direção do vetor diretor da reta

Angulo entre planos α e γ

e o angulo entre suas direções normais

n_α e n_γ

Exemplos

Angulo entre retas

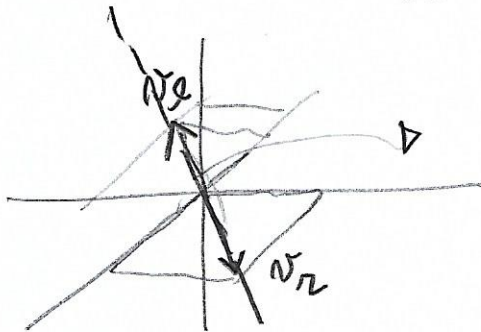
$$r: P_r + t v_r$$

$$v_r = (1, 1, 0)$$

$$s: P_s + t v_s$$

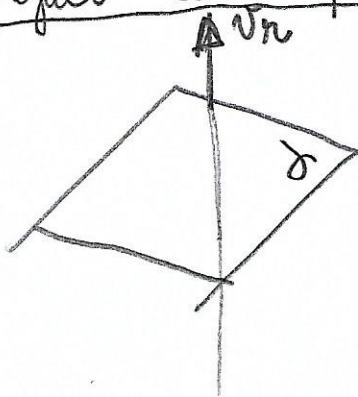
$$v_s = (-1, -1, 0)$$

$$\hat{r}_s = \arccos \frac{|\langle (1, 1, 0), (-1, -1, 0) \rangle|}{\sqrt{2} \sqrt{2}} = \arccos \frac{|-2|}{2} = \arccos 1 = 0^\circ$$



angulo entre as direções
é a mesma direção
 $= 0^\circ$

Angulo reta plano



$$s: 3x - 2y + z - 3 = 0 \quad \vec{n} = (3, -2, 1)$$

$$v_s = (-6, 4, -2)$$

$$\frac{\pi}{2} - \arccos \frac{|\langle (3, -2, 1), (-6, 4, -2) \rangle|}{\sqrt{14} \sqrt{56}}$$

$$\frac{\pi}{2} - \arccos \frac{|-18 - 8 - 2|}{\sqrt{28^2}} = \frac{\pi}{2} - \arccos \frac{28}{28} = \frac{\pi}{2}$$

reta e plano
são ortogonais

Angulo entre planos

$$\begin{cases} -2x + 3y - z + 2 = 0 & \alpha \\ x - z = 1 & \beta \end{cases}$$

$$m_\alpha = (-2, 3, -1) \quad m_\beta = (1, 0, -1)$$

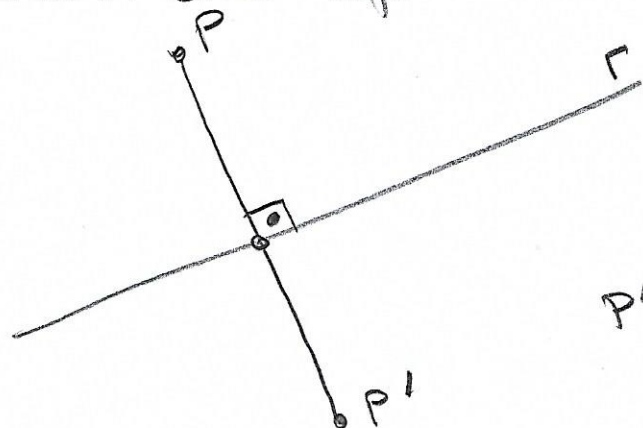
$$\hat{\alpha}_\beta = \arccos \frac{|\langle (-2, 3, -1), (1, 0, -1) \rangle|}{\sqrt{14} \sqrt{2}} = \arccos \frac{|-1|}{\sqrt{28}} = \arccos \frac{1}{\sqrt{28}}$$

Simetria

1

Pontos

Definição P' é simétrico a P respeito da reta r se tomando como referência a reta r , P' está a

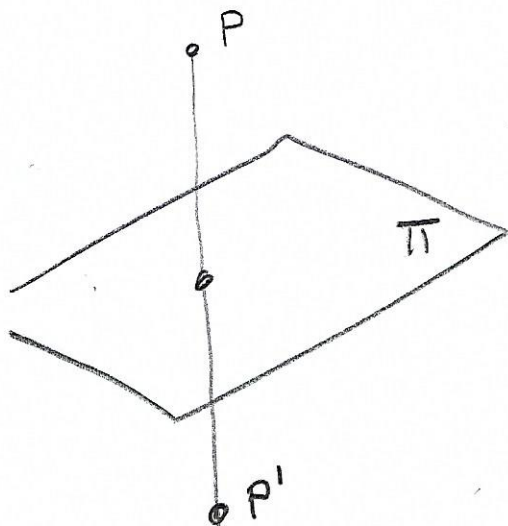


P' é simétrico a P respeito da reta r

Mesma distância da reta r que P e PP' é a reta que interseca a r e é ortogonal a r

Definição P' é simétrico a P respeito do plano

π , se tomando como referência o plano π



P' está a mesma distância de P do plano P e a reta que une P e P' é ortogonal a π

Definição P' é simétrico a P respeito do ponto A

se P' está a mesma distância de A a P é a reta que une PP' passa por A

